

Министерство просвещения Российской Федерации  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования**  
«Набережночелнинский государственный педагогический университет»

**Факультет математики и информатики**  
**КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ И МЕТОДИК ИХ ОБУЧЕНИЯ**

**Методические указания к выполнению  
курсовых и выпускных квалификационных работ**  
для обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое  
образование (с двумя профилями подготовки), профили подготовки «Матема-  
тика и Информатика»

**Набережные Челны, 2020 г.**

УДК 378.147  
ББК 72.5

Составители:

Матвеев С.Н. – к.ф.-м.н., доцент кафедры математики, физики и методик их обучения ФГБОУ ВО «НГПУ»,

Шакиров И.А. – к.ф.-м.н., доцент кафедры математики, физики и методик их обучения ФГБОУ ВО «НГПУ»,

Шакиров Р.Г. – к.ф.-м.н., доцент кафедры математики, физики и методик их обучения ФГБОУ ВО «НГПУ»,

Галямова Э.Х. – к.п.н., доцент кафедры математики, физики и методик их обучения ФГБОУ ВО «НГПУ»

*Рецензент:*

А.В. Костин – кандидат физ.- мат. наук, доцент кафедры математики и прикладной информатики ЕФ КФУ

Методические указания к выполнению курсовых и выпускных квалификационных работ для обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили подготовки «Математика и Информатика»: пособие для академического бакалавриата/ Сост. С.Н. Матвеев, И.А. Шакиров, Р.Г. Шакиров, Э.Х. Галямова. – Набережные Челны: НГПУ, 2020. – 59 с.

© Матвеев С.Н., Шакиров И.А., Шакиров Р.Г., Галямова Э.Х., 2020  
© ФГБОУ ВО «НГПУ», 2020

## Введение

Методические рекомендации по выполнению выпускной квалификационной работы разработаны для обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили подготовки «Математика и Информатика».

Курсовые и выпускные квалификационные работы (ВКР) представляют собой вид учебной и научно-исследовательской работы обучающегося, являются одной из форм контроля учебной работы. По своему характеру, содержанию и оформлению они должны соответствовать научному исследованию.

В ходе написания курсовых и выпускных квалификационных работ обучающиеся подтверждают свое умение самостоятельно осуществлять поиск, подбор и анализ необходимых источников, демонстрируют умение грамотно формулировать и излагать свои мысли и выводы. Исследование содержит в себе основные элементы научного поиска, начиная с обоснования актуальности выбранной темы, постановки проблемы и задач, выдвижения и формулирования гипотезы и до построения выводов, обобщений на основе собранных и научно подтвержденных фактов.

Работа над курсовыми и выпускными квалификационными работами имеет целью формирование у обучающихся следующих компетенций.

**Общекультурными компетенциями:** способностью использовать основы философских и социогуманитарных знаний для формирования научного мировоззрения (ОК-1); способностью анализировать основные этапы и закономерности исторического развития для формирования гражданской позиции (ОК-2); способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве (ОК-3); способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-4); способностью работать в команде, толерантно воспринимать социальные, культурные и личностные различия (ОК-5); способностью к самоорганизации самообразованию (ОК-6); способностью использовать базо-

вые правовые знания в различных сферах деятельности (ОК-7); готовностью поддерживать уровень физической подготовки, обеспечивающий полноценную деятельность(ОК-8); способностью использовать приемы оказания первой помощи, методы защиты в условиях чрезвычайных ситуаций (ОК-9).

**Общепрофессиональными компетенциями:** готовностью сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности (ОПК-1); способностью осуществлять обучение, воспитание и развитие с учетом социальных, возрастных, психофизических и индивидуальных особенностей, в том числе особых образовательных потребностей обучающихся (ОПК-2); готовностью к психолого-педагогическому сопровождению учебно-воспитательного процесса (ОПК-3);готовностью к профессиональной деятельности в соответствии с нормативными правовыми актами в сфере образования (ОПК-4); владение основами профессиональной этики и речевой культуры (ОПК-5); готовностью к обеспечению охраны жизни и здоровья обучающихся (ОПК-6)

**Профессиональными компетенциями по педагогической деятельности:** готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов(ПК-1);способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики (ПК-2); способностью решать задачи воспитания и духовно-нравственного развития, обучающихся в учебной и внеучебной деятельности (ПК-3); способностью использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов (ПК-4); способностью осуществлять педагогическое сопровождение социализации и профессионального самоопределения обучающихся (ПК-5); готовностью к взаимодействию с участниками образовательного процесса (ПК-6);способностью организовывать сотрудничество обучающихся, поддерживать их активность, инициативность и самостоятельность, развивать творческие способности (ПК-7).

**Профессиональными компетенциями по научно-исследовательской деятельности:** готовностью использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования (ПК-11); способностью руководить учебно-исследовательской деятельностью обучающихся (ПК-12).

**Компетенциями культурно-просветительской:** способностью выявлять культурные потребности различных социальных групп (ПК-13); способностью реализовывать культурно-просветительские программы (ПК-14).

Основное назначение предлагаемого пособия – помочь студенту выбрать тему курсовой работы и ВКР, дать научно-методические и учебно-методические указания по работе над ней, наиболее полно охарактеризовать требования, предъявляемые к данному виду самостоятельной учебно-исследовательской работы. В связи с этим ниже подробно описаны все этапы ее выполнения. Приведены две работы, выполняемые под руководством авторов данного пособия, иллюстрирующие внутреннюю структуру и стиль ее оформления. Предложены темы курсовых работ для студентов старших курсов с краткой аннотацией их содержания, представляющие собой актуальные вопросы математического анализа и вычислительной математики. Авторы считают, что разработка в таком формате является наиболее удачной и полезной для привлечения молодежи к научным исследованиям. Оно может быть полезным также при написании исследовательских работ различных уровней.

Требования к содержанию, объему и структуре выпускной квалификационной работы определяются программой итоговой (итоговой государственной) аттестации университета на основании положения о порядке проведения государственной аттестации по образовательным программам высшего образования – программе бакалавриата в ФГБОУ ВО «НГПУ» от 28.12.2018 года.

## **Цель, задачи курсовых и выпускных квалификационных работ**

На различных этапах обучения соискатель разрабатывает и публично защищает соответствующие квалификационные работы. К таким трудам относятся дипломная работа, магистерская, кандидатская и докторская диссертации.

Курсовая работа (КР) является начальным звеном этой цепи и представляет собой особый вид учебной работы, выполнение которой требует от студента самостоятельности, творческого подхода и профессиональных навыков. В идеале структура КР должна быть идентична структуре указанных квалификационных работ. Жизнь показывает, что творчески и качественно выполненная курсовая работа составляет основу серьёзной дипломной работы, которая, в свою очередь, является фундаментом для магистерской диссертационной работы и дальнейших научных исследований. Таким образом, курсовая работа, кажущаяся рядовым учебным мероприятием, требует к себе самого серьёзного отношения.

Темы курсовых работ разрабатываются и утверждаются выпускающими кафедрами в соответствии с тематикой научно-исследовательской работы кафедры. При этом особое внимание обращается перспективным направлениям научных исследований, а также темам учебно-методического характера, результаты которых можно использовать при проведении учебных занятий в вузах и школах.

Научного руководителя и соответствующую тему курсовой работы студент выбирает сам. Работа выполняется самостоятельно, научный руководитель выступает в роли консультанта. В исключительных случаях по заявлению студента научный руководитель, тема исследования могут быть изменены. Этому предшествует рассмотрение данного вопроса на заседании кафедры и положительное его решение. Отсутствие таких заявлений свидетельствует о полной согласованности предложенных кафедрой тем.

Цель выполнения курсовой и выпускной квалификационной работы: систематизация, закрепление и расширение теоретических знаний и практических

навыков студентов в решении учебных, педагогических, методических и научных задач.

Целью ВКР является также развитие навыков самостоятельной работы студентов и овладение методикой исследования при решении конкретных вопросов и проблем; определение уровня подготовленности выпускников в области образования, к квалифицированному выполнению ими профессиональных обязанностей.

Задачи курсовой работы:

- изучение и аналитический обзор теоретических источников по проблеме исследования;
- изучение педагогического и методического опыта;
- подбор диагностических методик и методического инструментария для педагогического эксперимента.

Задачи выпускной квалификационной работы:

- теоретическое обоснование проблем и вопросов по выбранной теме;
- анализ собранного и обработанного фактического материала;
- выявление возможностей повышения эффективности образовательного процесса;
- апробация предложенного варианта и поиск путей (способов, методов) внедрения результатов исследования в профессиональную педагогическую практику;
- разработка рекомендаций по использованию материалов исследования в практической и исследовательской педагогической работе.

### **Обязанности научного руководителя и студента**

Руководитель обязан: разъяснить студенту главную цель исследования, место и роль данной темы в ряду сопряжённых проблем, а также представить возможные подходы к решению данной проблемы. В соответствии разработать и выдать студенту задание по выполнению курсовой работы, выпускной квалификационной работы. Оказать студенту помощь в разработке оптимального

графика работы, порекомендовать исходную теоретическую литературу и подсказать методику пополнения библиографии по теме, проводить регулярные консультации. Проверить самостоятельно разработанный студентом план курсовой работы, проверить курсовую работу по частям или в целом, но не более двух раз, указать автору на значимость теоретической аргументации, стилистические погрешности, орфографические, математические ошибки. Информировать кафедру о ходе выполнения курсовой работы студентом.

Студент обязан: выбрать тему, подать на кафедру письменное заявление с указанием темы и научного руководителя, получить от руководителя индивидуальное задание на выполнение курсовой работы, выпускной квалификационной работы по избранной теме, представить руководителю в установленные сроки самостоятельно разработанный предварительный рабочий план работы. В установленные сроки согласовать с руководителем и составить график выполнения работы с указанием сроков выполнения отдельных частей и глав регулярно отчитываться перед научным руководителем о ходе работы. В исключительных случаях просить кафедру об изменении темы работы. Передать готовую работу на кафедру для анализа за 10 дней до защиты, и подготовить все сопроводительные документы, необходимые для защиты за 3 дня до защиты.

Таким образом, процесс работы делится на три этапа: подготовительный, основной и заключительный.

В течение подготовительного этапа обучающимся необходимо:

- определиться с выбором темы работы;
- составить план выполнения курсовой (ВКР) работы;
- согласовать и утвердить план с руководителем работы;
- провести анализ и подбор литературы для написания курсовой работы (ВКР);

Основной этап:

- определение целей и задач работы;
- аргументирование актуальности выбранной темы;
- разработка основной части работы;



- формирование выводов в виде заключения работы.

Заключительный этап:

- оформление работы в соответствии с требованиями;
- защита работы.

### **Общие требования**

Выпускная квалификационная работа определяет уровень научной и профессиональной готовности выпускника и является важнейшим итогом обучения на соответствующем уровне образования. Тематика ВКР устанавливается в соответствии с профилем направления подготовки (специальности), ФГОСВО, с учетом предложений от работодателя. За актуальность, соответствие тематики ВКР профилю направления подготовки (специальности), структуру, руководство и организацию ее выполнения ответственность несет выпускающая кафедра и непосредственно руководитель работы. За все сведения, изложенные в ВКР, принятые решения и за правильность всех данных, ответственность несет непосредственно обучающийся – её автор. ВКР бакалавра выполняется на базе теоретических знаний, практических навыков, общекультурных, универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций, полученных студентом в период обучения, прохождения учебной, производственной, в том числе преддипломной практики, научно-исследовательской работы. Направленность ВКР должна носить, как правило, практико-ориентированный и научно-математический характер. Для подготовки ВКР требуется синтез научных знаний, в т.ч. инновационных в определенной области (или) на стыке областей, оценка и отбор профессиональной информации, создание на ее основе новой. В процессе подготовки и защиты ВКР обучающийся должен продемонстрировать: - способность к самостоятельному творческому мышлению; владение методами и методиками исследований, выполняемых в процессе работы; способность к научному анализу полученных результатов, разработке защищаемых положений и выводов, полученных в работе; умение оценить возможности использования полученных результатов в научной и практической деятельности.

Работа над ВКР выполняется обучающимся непосредственно на выпускающей кафедре с предоставлением ему необходимых условий для работы или в научных, научно-производственных организациях, с которыми было связано выполнение научно-исследовательской работы.

### **Структура курсовых и выпускных квалификационных работ**

К структурным элементам курсовой работы (проекта), ВКР относятся:

- титульный лист курсовой работы (проекта)/титульный лист ВКР;
- оглавление;
- введение;
- основная часть (две, три, четыре главы, допускается разделение на параграфы);
- заключение;
- список использованных источников и литературы;
- список сокращений и условных обозначений (при необходимости);
- приложения (при необходимости);
- лист нормоконтроля (для ВКР)
- календарный график выполнения ВКР;
- последний лист ВКР.

Все структурные элементы работы, за исключением параграфов внутри глав, печатаются с нового листа. После заголовка (главы или другого раздела, параграфа) – пропускается одна пустая строка.

Заголовки структурных элементов «Оглавление», «Введение», «Основная часть», «Заключение», «Список использованных источников и литературы», «Приложения» располагают симметрично тексту (по центру) и печатают полужирным шрифтом. Точку в конце заголовков не ставят, слова в заголовках не переносят, заголовки не подчеркивают и не заключают в кавычки.

#### ***Титульный лист.***

Титульный лист является первой страницей курсовой работы (проекта), ВКР.

На титульном листе приводят следующие сведения:

- наименование вышестоящей организации (Министерство просвещения Российской Федерации);
- полное наименование университета, в том числе сокращенное (Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Набережночелнинский государственный педагогический университет» (ФГБОУ ВО «НГПУ»);
- наименование факультета;
- наименование кафедры;
- вид научно-исследовательской работы обучающегося (курсовая работа (проект), выпускная квалификационная работа);
- наименование темы работы;
- номер (шифр) и название специальности/направления подготовки;
- должность, ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы и подпись заведующего кафедрой (для ВКР);
- должность, ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы и подпись руководителя работы;
- фамилия, инициалы и подпись обучающегося, номер группы;
- место и год выполнения работы.

### ***Календарный график выполнения ВКР.***

Выполнение работы должно быть четко спланировано. Для этого руководитель совместно с обучающимся разрабатывает календарный график выполнения ВКР.

Цель составления календарного графика работы – уяснение замысла работы и поставленных в ней основных проблем. Календарный график помогает рационально распределить время на разработку составных частей, своевременно подготовить, оформить и представить работу к защите.

Разработанный, подписанный руководителем и обучающимся календарный график выполнения ВКР представляется на утверждение заведующему кафедрой.

### 6.3. Оглавление.

Оглавление работы – перечень основных частей работы с указанием страниц, на которые их помещают. Оглавление включает введение, заголовки всех глав и параграфов, заключение, список использованных источников и литературы, приложения. Последнее слово заголовка соединяют отточием с соответствующим ему номером страницы в правом столбце оглавления.

Заголовки структурных элементов, разделов (подразделов, пунктов) в оглавлении должны повторять заголовки в тексте. Сокращать заголовки или давать их в другой формулировке не допускается.

Заголовки, включенные в оглавление, записывают строчными буквами, начиная с прописной буквы.

Пример оформления работы приведен в Приложении 1.

#### Введение

Введение должно содержать оценку современного состояния исследуемой проблемы.

Во введении следует:

- обосновать актуальность выбранной темы;
- охарактеризовать степень разработанности проблемы отечественными и (или) зарубежными исследователями, дать характеристику источников (в зависимости от характера работы);
- определить объект и предмет исследования;
- определить хронологические и географические рамки работы (в зависимости от характера работы);
- сформулировать гипотезу работы (в зависимости от характера работы);
- сформулировать цель и задачи работы;
- перечислить методы, с помощью которых будут решаться поставленные задачи;
- показать новизну и практическую значимость работы;
- указать базу преддипломной практики (при наличии).
- указать апробацию результатов работы (при наличии);

- указать структуру работы.

Слово «Введение» в тексте записывают в виде заголовка, начиная с прописной буквы, по центру.

Актуальность исследуемой темы и её обоснование: выявление значимости данной темы в современных условиях и оценку ее современного состояния. Необходимо указать на неизученность или недостаточную изученность темы в теоретическом обучении. Таким образом, обучающийся должен кратко аргументировать причину выбора именно данной темы.

Определение актуальности темы является важнейшей частью научно-исследовательской деятельности, позволяет установить место предмета исследования в общей совокупности исследуемых проблем. С этой целью рассматриваются основные тенденции изучения и развития проблемы, анализируется текущее состояние, определяются границы исследования (объект, предмет), формируется основная цель, и устанавливаются задачи работы.

Исходя из степени исследования данной темы, формируется *цель работы*. Цель курсовой (ВКР) работы, которая представляет собой модель предполагаемого результата, указывает направление исследовательской деятельности. Цель работы должна быть сформулирована как исследовательское действие (разработка, выявление, определение и т.д.).

Задачи работы показывают пути достижения исследовательской цели. Их можно характеризовать как «шаги», приводящие к реализации цели. Предлагая комплекс задач, необходимо помнить, что цель всегда «шире» раскрывающих ее задач, поэтому они не должны дублировать или повторять цель. Задачами исследования являются конкретизированные или более частные цели исследования.

Объект и предмет исследования обусловлены проблемой (темой) исследования и отражают ее суть.

Объект исследования – это та крупная, относительно самостоятельная часть объектной области, в которой находится предмет исследования.

Предмет исследования – это конкретная часть объекта (*объект* – это целое, а предмет – это часть целого), значимый для исследования элемент, какие-то грани объекта, нюансы, стороны, свойства и т.п.

В зависимости от характера работы формулируется гипотеза работы. Перечисляются методы, с помощью которых будут решаться поставленные задачи.

Практическая значимость работы заключается в том, что результаты исследования можно применить и использовать в таких-то процессах, на таких-то объектах, в таких-то ситуациях, или оно позволяет сделать усовершенствование такого-то объекта, процесса и т.п.

По объему оно должно занимать не более 1-3 страниц.

Основная часть.

В главах основной части подробно и аргументировано излагается материал исследования, обобщаются результаты работы. Научный текст должен характеризоваться такими качествами, как логичность, точность и однозначность выражений, стремлением к объективности изложения. Все материалы, не являющиеся насущно важными для понимания решения научной задачи, выносятся в приложения (таблицы, рисунки, схемы и т.п.), либо исключаются. По своему объему основная часть должна составлять от 2/3 до 3/4 всей работы.

Обычным правилом распределения частей работы на разделы является выделение глав и параграфов. Материал, представленный в каждой из глав, должен быть примерно равноценным по объему. Следует избегать разделов работы, состоящих из 1-2 страниц. Содержание глав основной части должно строго соответствовать цели и задачам исследования и полностью их раскрывать.

В целом при написании основной части работы необходимо руководствоваться следующими рекомендациями:

1) заголовки к главам и параграфам должны отражать сущность содержания, быть чёткими, немногословными, грамотно сформулированными и недвусмысленными в своём словесном изложении.

2) названия глав должны быть отличными от названия темы, названия параграфов не должны повторять название главы.

3) каждую главу как самостоятельный сюжетный раздел должны завершать выводы, обобщающие изложенный материал и служащие логическим переходом к следующей главе.

4) выводы в конце каждой главы дают возможность сформулировать итоги по отдельным этапам исследования и освободить общие выводы по работе в целом от второстепенных подробностей в заключении.

Первая глава работы носит, как правило, теоретический характер. В ней раскрывается сущность и основные понятия темы, приводится краткий обзор литературы по избранной теме исследования, критически рассматриваются точки зрения различных авторов в их исторической последовательности, обосновывается позиция автора по дискуссионным вопросам темы. По объему первая глава не должна превышать 40% всей работы.

При изложении теоретических вопросов следует приводить определение основных понятий и терминов с обязательной ссылкой на источники. Полезным подспорьем в выполнении этой части работы будут являться нормативно-правовые акты, регулирующие деятельность в сфере исследуемого вопроса.

Рекомендуется использовать интернет-ресурсы и материалы, опубликованные на официальных сайтах организаций, учреждений по изучаемому вопросу. В конце главы обязательно формулируются выводы.

Вторая глава носит практический характер. Важно не только глубоко изучить существующую практику, но и осмыслить ее на основе анализа собранного материала. Задачей анализа является обзор и оценка практического материала, касающегося выбранной темы исследования. В результате проведенного анализа необходимо выявить основные проблемы по рассмотренной теме и пути их решения.

В этой же главе излагается самостоятельная научная работа обучающегося, его позиции по отношению к исследуемой проблеме.

Заключение.

Заключение должно содержать:

- краткие выводы по результатам научно-исследовательской работы;
- оценку полноты решений поставленных задач;
- рекомендации по конкретному использованию результатов научно-исследовательской работы.

Заключение не должно заменяться обобщением итоговых выводов в конце каждой главы, оно должно содержать то новое, что составляет итоговые результаты исследования. Заключение не должно содержать новой информации, положений, выводов и т.д., которые до этого не рассматривались в работе. Не допускается в заключении использование цитат, количественных данных, сносок на источники и литературу. Объем заключения 2-4 страницы.

Список использованных источников и литературы.

Список использованных источников и литературы включает в себя:

- для курсовой работы (проекта) не менее 15 наименований;
- для выпускной квалификационной работы бакалавра – не менее 25 наименований.

Список должен содержать перечень и подробное библиографическое описание только тех источников и литературы, которые использованы при написании курсовой работы (проекта), ВКР.

Как источники, так и использованная литература оформляются отдельным списком по алфавиту. В списке источников могут быть представлены: правовые и нормативные документы (в зависимости от характера работы). Наименования источников располагаются в алфавитном порядке.

В списке литературы должны быть представлены монографические издания отечественных и зарубежных авторов, материалы периодической печати (журналов и газет), справочники, энциклопедии, словари (в зависимости от характера работы).

Литература, приведенная в списке, должна включать наиболее важные и значимые работы, посвященные проблематике, исследуемой автором. Наиболее распространенными способами расположения наименований работ является



алфавитный. Работы одного автора перечисляются в алфавитном порядке их названий. Исследования на иностранных языках помещаются в порядке латинского алфавита после исследований на русском языке.

### Приложения

В приложениях помещают вспомогательные материалы по рассматриваемой теме: таблицы, рисунки, схемы и т. п. Каждое приложение должно начинаться с нового листа. При этом в правом верхнем углу листа пишут прописными буквами: Приложение и указывают его номер. Если в работе больше одного приложения, их нумеруют последовательно арабскими цифрами, например: Приложение 1, Приложение 2 и т.д.

Каждое приложение должно иметь заголовок, который помещают ниже слова «Приложение» над содержанием приложения, сопровождающееся сноской.

Рисунки, таблицы, помещенные в приложении, имеют сквозную нумерацию.

При ссылке на приложение в тексте курсовой работы (проекта) или ВКР пишут в скобках смотри приложение и указывают номер приложения, например: (См. приложение 1).

Приложения оформляют как продолжение текстовой части исследования со сквозной нумерацией листов, после списка использованных источников и литературы.

## **Требования к оформлению ВКР**

Объем курсовой работы (проекта) бакалавра составляет в среднем не менее 30 страниц машинописного текста (без учета приложений).

Объем выпускной квалификационной работы бакалавра составляет в среднем не менее 45 страниц машинописного текста (без учета приложений). Объем выпускной квалификационной работы магистра составляет не более 80 страниц машинописного текста (без учета приложений). Значительное превы-

шение или недобор установленного объема являются недостатком работы и указывают на то, что обучающийся не сумел отобрать и переработать материал.

ВКР после процедуры публичной защиты подлежат размещению в системе ВКР ВУЗ.

Обязательными элементами оформления следует считать:

- двухуровневая автоматическая нумерация заголовков;
- автоматизированное оглавление;
- использование перекрестных ссылок в библиографии;
- автоматическая нумерация страниц;
- красные строки в начале абзацев 1,25-1,27 см;
- размеры полей: верхнее, нижнее – 20 мм; левое – 30 мм; правое – 10 мм;
- выравнивание текста по ширине листа;
- шрифт – Times New Roman, размер 14, межстрочный интервал – полуторный.

Размер шрифта заголовков разделов выбирается - 14, типа Times New Roman. Выравнивание - по центру. Заголовки разделов следует печатать прописными буквами, без точки в конце.

Название пунктов внутри главы: кегль 14, типа Times New Roman. Выравнивание - по центру. Заголовки подразделов и пунктов следует печатать строчными буквами, кроме первой прописной, без точки в конце.

Перенос слов в заголовках не допускается. Если заголовок состоит из двух предложений, их разделяют точкой. Если в тексте заголовка не помещается на одной строке, для него следует использовать одинарный межстрочный интервал. Заголовки не подчеркивают. Интервал между заголовками, подзаголовками и основным текстом - двойной.

Каждая глава начинается с новой страницы. Это правило относится и к другим основным структурным частям работы: введению, заключению, списку использованной литературы, приложениям.

Главы должны иметь нумерацию в пределах основной части работы арабскими цифрами. Подразделы (параграфы) должны иметь порядковую нумерацию в пределах каждого раздела. Номер подраздела включает номер раздела и порядковый номер подраздела, разделенные точкой: например, 1.2 (второй параграф первой главы).

Главы и параграфы должны быть озаглавлены так, чтобы название точно соответствовало содержанию текста. В заголовках следует избегать узкоспециальных терминов, сокращений, аббревиатур. Заголовки должны быть достаточно краткими, т.е. не содержать лишних слов, но в то же время они не должны состоять из одного слова. Односложный заголовок утрачивает конкретность и приобретает нежелательную для отдельной главы или параграфа широту.

В научном тексте словоупотребление должно быть максимально точным. Он не требует художественности, эпитетов и метафор, эмоциональных средств выражения. Принципиальную роль играют специальные термины, которые нужно употреблять в их точном значении, умело и к месту.

Опечатки, описки, графические неточности допускается исправлять подчисткой или закрашиванием белой краской и нанесением на том же месте исправленного текста ручкой черного цвета. Не допускаются рукописные вкладки и вклейки. Отдельные слова, формулы, условные обозначения разрешается вписывать в текст от руки чертежным шрифтом черным цветом.

Нумерация страниц сквозная, начиная с титульного листа, номер на котором не ставится. Цифру, обозначающую порядковый номер страницы, ставят в середине нижнего поля страницы.

Список использованной литературы является необходимым элементом оформления выпускной квалификационной работы. Используются следующие способы построения библиографических списков: по алфавиту фамилий авторов или заглавий, по тематике, по видам изданий, по характеру содержания, или списки смешанного построения. Наиболее часто употребляется следующая последовательность расположения литературы в списке: законы, указы, законода-

тельные акты; все остальные источники в алфавитном порядке по первой букве фамилии автора или названия работы, если автор на титульном листе не указан.

Нумерация библиографического списка литературы - сплошная от первого до последнего названия. Список использованных источников и литературы оформляется согласно правилам, установленным следующими ГОСТами:

- ГОСТ 7.1-2003. Библиографическая запись. Библиографическое описание. Общие требования и правила составления,
- ГОСТ 7.80-2001. Библиографическая запись. Заголовок. Общие требования и правила составления,
- ГОСТ 7.82-2001. Библиографическая запись. Библиографическое описание электронных ресурсов,

- ГОСТ Р 7.0.12-2011. Библиографическая запись. Сокращение слов и словосочетаний на русском языке. Общие требования и правила.

Книги под фамилией автора (авторов).

Один автор.

Камысовская, С. В. Банковский и финансовый учет и аудит: учебное пособие / С. В. Камысовская. – Москва : Форум, 2012. – 287 с.

Два автора.

Кондраков, Н. П. Бухгалтерский управленческий учет: учебное пособие / Н. П. Кондраков, М. А. Иванова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Инфра-М, 2012. – 352 с.

Три автора.

Емельянова, Н. З. Защита информации в персональном компьютере: учебное пособие / Н. З. Емельянова, Т. Л. Партыка, И. И. Попов. – Москва : Форум, 2012. – 367 с.

Книги под заглавием.

Описание книги начинается с заглавия, если она написана четырьмя и более авторами.

История России: учебник / А. С. Орлов [и др.]. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва: Проспект, 2015. – 527 с.

Таможенный контроль после выпуска товаров: учебное пособие / К. В. Басарева [и др.]. – Санкт-Петербург: ИЦ «Интермедиа», 2015. – 123 с.

Монографии.

Петров, А. А. Проблемы экологии города / А. А. Петров, Б. Б. Сидоров. – Изд. 2-е. - Москва: Экос ; Санкт-Петербург. : Гидрометеиздат, 2000. – 270 с. – (Серия "Экология и региональная экономика") (Новое в науке и технике; вып. 2/3).

Международно-правовое регулирование разрешения трудовых споров: доклад / Ф. Т. Симонян [и др.]. - Москва, 2001. - 26 с.

История русской литературы XIX века (вторая половина) / Н. Н. Скатов [и др.] ; ред. Н. Н.Скатов. - 2-е изд., дораб. - Москва : Просвещение, 1991. - 511 с.

Материалы конференции.

Репрезентация верховной власти в средневековом обществе (Центральная, Восточная и Юго-Восточная Европа): тезисы XXII конференции "Славяне и их соседи" / редкол.: Г. Г. Литаврин (отв. ред.) [и др.]. - М. : Индрик, 2004. - 111 с.

Воспитательный процесс в высшей школе России : межвузовская научно-практическая конференция (Новосибирск, 26–27 апр. 2001 г.) / редкол.: А. Б. Борисов [и др.]. – Новосибирск: НГАВТ, 2001. – 157 с.

Международно-правовое регулирование разрешения трудовых споров : доклад / Ф.Т. Симонян [и др.]. - Москва, 2001. - 26 с.

Сборник статей.

Оптимизация информационно-библиографического обслуживания ученых и специалистов : сборник научных трудов / Гос. публич. науч.-техн. б-ка Сиб. отд-ния Рос. акад. наук, Нац. б-ка Респ. Саха (Якутия) ; редкол.: Е. Б. Соболева (отв. ред.) [и др.]. - Новосибирск: ГПНТБ СО РАН, 1998. - 198 с.

Многотомники.

Казьмин, В. Д. Справочник домашнего врача. В 3 ч. Ч. 2. Детские болезни / В. Казьмин. – Москва : АСТ : Астрель, 2002. – 503, [1] с.

Статьи из журналов

Один автор

Дядюн, К. В. Репродуктивная сфера как объект уголовно-правовой охраны / К. В. Дядюн // Известия высших учебных заведений. Правоведение. – 2014. - № 3. – С. 116-132.

Два или три автора

Жижимов, О. Л. Принципы построения распределенных информационных систем на основе протокола Z39.50 / О. Л. Жижимов, Н. А. Мазов // Научно-техническая информация. Сер. 1, Организация и методика информационной работы. – 2004. - № 11. – С. 12-26.

Спиридонов, В. С. Фильтровальные перегородки из спеченных металлических сеток для встроенных фильтров авиационных гидросистем / В. С. Спиридонов, Ю. М. Новиков, В. А. Большаков // Безопасность в техносфере. - 2015. - № 4. - С. 39-45.

Электронные ресурсы

Программный комплекс доступа к базам данных ГПНТБ СО РАН из Internet [Электронный ресурс] / С. Р. Баженов [и др.] // IV рабочее совещание по электронным публикациям EL-PUB-99: тезисы докладов - Новосибирск, 1999. - URL: [http://www.ist.nsk.su/ws/show\\_abstract.dhtml5](http://www.ist.nsk.su/ws/show_abstract.dhtml5).

В основном тексте порядковый номер источника, указанного в библиографическом списке, берется в квадратные скобки: например, [1]. Если по тексту приводится цитата, то в ссылке кроме номера источника по списку указывается номер страницы, откуда взята цитата: например, [1, с.14]. Если цитируемое положение приводится не полностью, то пропущенные места заменяются многоточием. Не допускается пропуск слов, меняющих смысл фрагмента. Цитаты в тексте должны использоваться умеренно, желательно избегать больших по объему - на 0,5 стр. и больше – цитат. При необходимости же их использования рекомендуется сжато передать главную мысль своими словами, указав в скобках номер источника. Если текст цитируется не по первоисточнику, а по другому изданию или иному источнику, то ссылку следует начинать словами [Цит. по:...], или [Цит. по кн.: ...], или [Цит. по ст.: ...].

Наряду с общим списком допускается приводить ссылки на источники в подстрочном примечании; например, когда источник не является основным, и ссылка на него приводится только один раз. При указании источника в подстрочном примечании (сноске) номер страницы дается после библиографического описания источника. Если несколько ссылок на один и тот же источник размещается на одной странице, то в сносках и ссылках пишут [там же] и номер страницы, на которую дается ссылка. На каждый источник в тексте должна быть ссылка. Если источник реально анализировался, например, при выборе метода решения задачи, но был отложен как не содержащий нужных материалов, а студент хочет отметить большое количество книг и статей, с которыми он ознакомился в своей работе, он может дать в тексте ссылку такого рода: «В процессе выбора наиболее приемлемого метода решения поставленной задачи была проанализирована многочисленная литература по данной проблеме [5, 6, 8, 16, 20]. Подходящий метод был найден в [16]».

### **Примерная тематика выпускных квалификационных работ**

1. Оценка погрешности при приближенном вычислении значений элементарных и специальных функций.

Примерное содержание: рассматриваются источники возникновения погрешности в ходе решения поставленной задачи и основные правила задания приближенных величин.

2. Приближение функции полиномами Лагранжа и Ньютона, оценка допущенной погрешности.

Примерное содержание: изучаются широко используемые на практике способы вычисления приближенных значений заданной функции. Определяются их место и значение среди большого количества других прикладных способов приближения функции.

3. Интерполяция с кратными узлами.

Примерное содержание: рассматривается способ приближения функции интерполяционными полиномами фиксированной степени по произвольно распределенным в области ее определения узлам. При этом существенно используются дифференциальные свойства исходной функции.

#### 4. Тригонометрические интерполяционные полиномы Лагранжа.

Примерное содержание: рассматривается приближение периодической функции. В этом случае удачным аппаратом приближения служат тригонометрические интерполяционные полиномы Лагранжа, определенные по четному либо нечетному числу равномерно распределенных на периоде узлов. Изучаются функции и константы Лебега (фундаментальные характеристики), возникающие при оценке погрешности приближения.

#### 5. Приближение функции многочленами Чебышева.

Примерное содержание: проводится интерполирование исходной функции по неравномерно распределенным на отрезке  $[-1, 1]$  узлам Чебышева. Соответствующие многочлены Чебышева являются наиболее значимыми агрегатами при решении различных оптимизационных задач.

#### 6. Кусочно-полиномиальное приближение функции сплайнами.

Примерное содержание: данный способ относится к высокоточному способу приближения функции полиномами. Звеньями между точками интерполяции являются многочлены небольших степеней, допускающие гладкую их стыковку в рассматриваемых узлах.

#### 7. Полиномиальное приближение по методу наименьших квадратов.

Примерное содержание: на примере многочленов рассматриваются основные идеи поиска наилучших эмпирических приближающих агрегатов дискретно заданных функций. Изучаются преимущества и недостатки данного метода.

#### 8. О константе Лебега полинома Лагранжа.



Примерное содержание: исследуются аппроксимативные возможности и свойства тригонометрических полиномов Лагранжа, определенных в четном числе узлов. Более подробно изучается асимптотическое поведение соответствующей константы Лебега.

#### **9. Классификация квадратурных формул по их точности.**

Примерное содержание: приближенное вычисление определенного интеграла является одним из самых распространенных задач в анализе. Ее можно осуществить многими способами. В общем случае эту задачу решают так называемые функциональные квадратурные формулы.

#### **10. Свойства ряда и оператора Фурье, определенного по тригонометрической системе.**

Примерное содержание: простейшей моделью периодически повторяющихся процессов является известное из курса физики гармоническое колебание. Изучение темы начинается с вопроса: можно ли изобразить любое периодическое движение как результат наложения бесконечного числа синусоидальных колебаний?

#### **11. Сравнительное изучение методов численного дифференцирования.**

Примерное содержание: если функция задана громоздким аналитическим выражением, либо таблично, то на практике используют приближенное, или численное, дифференцирование. Рассматриваются теоретические основы осуществления данной операции и различные способы ее осуществления.

#### **12. Асимптотическое поведение нормы оператора Фурье, действующего в пространстве непрерывных функций.**

Примерное содержание: по тригонометрической системе функций последовательно определяются ряд Фурье, ее частичные суммы, а затем и соответствующий оператор Фурье. Для последнего из них известна асимптотическая формула с неопределенным остаточным членом, которая и изучается в рамках данной работы.

### **13. Сравнительное изучение интегралов Римана и Лебега.**

Примерное содержание: существуют ограниченные в некоторой области функции, интегралы Римана от которых не определены. С целью решения данной проблемы, Лебег предложил другую схему построения интегральных сумм и, таким образом, пришел к новому, более общему интегралу Лебега. Соответствующие свойства изучаются в сравнении друг с другом.

### **14. Меры точечных и измеримых множеств.**

Примерное содержание: мера точечного множества является обобщением понятия длины известных из школьного курса промежутков. В связи с потребностями теории функций вещественного переменного Лебег построил общую теорию измерения линейных ограниченных точечных множеств. Обобщение проводится с использованием иллюстрирующих примеров.

### **15. Суммируемые с квадратом функции, сходимость в среднем.**

Примерное содержание: множество всех суммируемых с квадратом функций, определенных на некотором сегменте либо на произвольном измеримом множестве, образует весьма важный с точки зрения приложений класс функций. Изучаются теоретические основы построения и свойства данного класса.

### **16. Задача о красках.**

Примерное содержание: при составлении географических карт возник вопрос о наименьшем числе красок, необходимом для того, чтобы страны, граничащие друг с другом вдоль какой-то дуги, были окрашены в разные цвета. В некоторых случаях (когда каждая вершина карты принадлежит четному числу стран) достаточно двух цветов. В других случаях нужно 3 или 4 краски. Задача студента, ограничившись случаем 2-3 красок, разобрать связанные с этим случаем вопросы, построить примеры, когда двухцветная или трехцветная раскраска возможны и невозможны.

### **17. Задача о четырех красках.**

Примерное содержание: эмпирически было установлено, что любую карту на плоскости можно раскрасить четырьмя различными красками так, чтобы любые две соседние страны оказались покрашенными в разные цвета. Для тора (поверхности, получаемой вращением окружности вокруг оси, лежащей в плоскости окружности и не пересекающей ее) аналогичная теорема о минимальном количестве красок доказана. Работа должна содержать доказательство теоремы о плоскости для пяти красок и теоремы о торе для семи красок. Кроме того, следует привести несколько примеров раскраски карт на плоскости четырьмя красками.

#### **18. Теорема Хелли и ее приложения.**

Примерное содержание: если на плоскости задано  $n$  выпуклых фигур, каждые три из которых имеют общую точку. Эта интересная теорема о выпуклых фигурах, называемая теоремой Хелли, находит применение в различных областях математики. Опираясь на теорему Хелли, можно в частности, доказать теорему Юнга, состоящую в том, что любая совокупность  $n$  точек может быть заключена в круг радиуса 1, если расстояния между каждыми двумя из этих точек не превышают 1. В работе необходимо кратко изложить общие свойства выпуклых фигур, затем доказать теорему Хелли и вывести из нее ряд геометрических следствий.

#### **19. Точечные решетки и их приложение.**

Примерное содержание: две системы равноотстоящих параллельных прямых  $(a)$  и  $(a^1)$  разбивают плоскость на равные параллелограммы и образуют плоскую сеть или решетку. Вершины этих параллелограммов называются узлами решетки, а сами параллелограммы – основными параллелограммами решетки. Решетка, у которой основные параллелограммы имеют площадь  $S$ , равную единице, называется целочисленной. Целочисленные решетки находят очень интересное приложение при решении ряда вопросов геометрии, теории чисел, кристаллографии. В работе рекомендуется осветить следующие вопросы:

А) Свойства целочисленных решеток и их приложения. Рассмотреть задачу наиболее плотного решетчатого расположения кругов

Б) Наибольшая центрально-симметричная выпуклая фигура в целочисленной решетке. Здесь уместно доказать теорему Минковского о том, что наибольшая площадь плоской центрально-симметричной выпуклой фигуры  $Q$ , центр симметрии которой совпадает с одним из узлов целочисленной решетки и которая не покрывает ни одного из узлов решетки, равна 4.

Следует также показать приложения этой теоремы. Возможность заполнения плоскости выпуклыми максимальными центрально-симметричными фигурами, целочисленной решетки.

В) Пространственные целочисленные решетки и их свойства. Кристаллы как правильные точечные системы.

## **20. Эволюты и эвольвенты.**

Примерное содержание: если дана некоторая кривая, то из нее можно получить ряд новых кривых. Например, можно рассмотреть кривую, образованную основаниями перпендикуляров, опущенных из некоторой точки на касательные к данной кривой, можно рассмотреть кривую, образованную центрами кривизны данной кривой, и т. д. В работе надо рассмотреть эти способы образования новых кривых, связь между различными кривыми, получаемыми из данной кривой, найти их длины и т. д. Обратить внимание на некоторые физические приложения.

## **21. Основы эллиптической геометрии.**

Примерное содержание: наряду с геометрией Лобачевского рассматривается эллиптическая геометрия Римана, в которой нет параллельных прямых. В работе надо описать геометрию эллиптической прямой и эллиптической плоскости.

## **22. Метрические соотношения на плоскости Лобачевского.**

Примерное содержание: обычно геометрию Лобачевского излагают синтетически, исходя из аксиоматики этой геометрии. Однако можно построить геометрию Лобачевского и аналитически. В работе должны быть решены некоторые задачи тригонометрии на плоскости Лобачевского как для треугольников с прямолинейными сторонами, так и для орициклических треугольников.

### **23. Длины и площади в геометрии Лобачевского.**

Примерное содержание: работа должна содержать вывод формул для длин дуг и площадей некоторых фигур в геометрии Лобачевского (окружность, орицикл, эквидистанта и т.д.).

### **24. Геометрические построения на плоскости Лобачевского.**

Примерное содержание: как и на плоскости Евклида, на плоскости Лобачевского можно решать разнообразные задачи на построение. При этом, кроме циркуля и линейки, приходится рассматривать и другие орудия построения – орициркуль, гиперциркуль и т.д. В работе должна быть изложена общая теория построений на плоскости Лобачевского и решены некоторые конкретные задачи на построение.

### **25. Группы подстановок.**

Примерное содержание: следует изложить элементы теории групп подстановок с тем, чтобы привести доказательство простоты знакопеременной группы 5-й степени. Закончить работу следует освещением связи рассмотренного вопроса с вопросом о неразрешимости уравнений 5-й степени в радикалах.

### **26. Разрешимость симметрических групп подстановок 2-й, 3-й и 4-й степени.**

Примерное содержание: целью работы является доказательство того, что симметрические группы подстановок 2-й, 3-й и 4-й степени разрешимы. Следует сначала сформулировать основные факты из теории групп, которые нужны для такого исследования (например, определение разрешимой группы), и затем построить разрешимые ряды в указанных группах. В заключение работы в ре-

феративном порядке следует осветить связь решенной задачи с вопросом о разрешимости уравнений в радикалах и вопросом о делении окружности.

## 27. Евклидовы кольца.

Примерное содержание: сначала следует напомнить алгоритм Евклида для нахождения наибольшего общего делителя в кольце целых чисел, а также в кольце многочленов от одного неизвестного. Проанализировав оба случая, можно ввести определение произвольного евклидова кольца и изложить алгоритм Евклида в нем. В заключение следует привести примеры евклидовых колец, отличных от кольца целых чисел и кольца многочленов.

## 28. Проективная геометрия полей Галуа.

Примерное содержание: в настоящее время имеется широкий класс нерешенных задач из этой области, как практических и теоретических. Например, существования конечных проективных плоскостей определенных порядков, порожденных конечными полями, а также отсутствует аналитическое описание проективных объектов определяемых полями Галуа. Целью работы является геометрическое описание моделей конечных полей с применением теории проективных преобразований в однородных координатах и упрощение аналитических вычислений за счет привлечения некоторых компьютерных вычислений.

Задачи:

- 1) построение модели проективной прямой, порожденной конечным полем  $\text{GF}(p^2)$ ,  $p=3$ ;
- 2) построение модели проективной плоскости, порожденной конечным полем  $\text{GF}(p^3)$ ,  $p=2$ ;
- 3) построение объектов проективной геометрии полей Галуа с помощью программы MAXIMA.

## **Примерные темы выпускных квалификационных работ с учетом требований работодателя**

1. Разработка элективного курса «Численные методы в программировании» для обучающихся 10-11 классов.
2. Разработка элективного курса "Логика предикатов" для обучающихся 10-11 классов.
3. Разработка дистанционного курса по теме «Показательные уравнения и неравенства» для обучающихся 10-11 классов.
4. Нестандартные приемы формирования вычислительных навыков у обучающихся 5-6 классов.
5. Методические особенности обучения решению текстовых задач с применением дистанционных технологий.
6. Метод математической индукции и его применение в онлайн – тренажерах.
7. Создание электронного методического пособия по теме "Системы счисления и их применение к решению задач по элементарной математике" для обучающихся 7 классов.
8. Создание образовательной информационной среды «Решение задач ОГЭ по информатике и математике».
9. Разработка дистанционного курса "Решение задач с параметрами" для обучающихся 10-11 классов.
10. Формирование логических умений в школьном курсе математики через применение дистанционных форм обучения.
11. Методика организации самостоятельной работы обучающихся через разработку дистанционных курсов в системе Moodle по теме "Тригонометрия".
12. Создание электронного методического пособия по теме "Математические основы теории информации" для обучающихся 10-11 классов.
13. Разработка дистанционного курса "Финансовая математика" для обучающихся 10-11 классов.

**14.**Разработка электронного образовательного ресурса «Математическое моделирование» для обучающихся 7-9 классов.

**15.**Разработка электронного образовательного ресурса по математике на основе web-технологий

### **Примерная тематика курсовых работ**

**1.** Аффинные преобразования плоскости и их применение к решению элементарно-геометрических задач.

Примерное содержание: работа на указанную тему должна состоять из двух частей. Первая часть работы, чисто реферативная, должна быть посвящена изучению аффинных преобразований и их свойств. Об аффинных преобразованиях можно прочесть в книге. Вторая часть работы должна содержать приложение аффинных преобразований к решению различного рода элементарно-геометрических задач и доказательству теорем. В книгах и имеется серия задач, решаемых описанным выше способом. Наряду с ними необходимо привести ряд задач, подобранных студентом самостоятельно.

**2.** Приложение векторной алгебры к изложению некоторых вопросов планиметрии.

Примерное содержание: векторная алгебра с успехом может быть использована при доказательстве многих теорем элементарной геометрии и решении элементарно-геометрических задач. Например, теорема о пересечении медиан, теорема о биссектрисе треугольника, теорема Пифагора, теорема синусов, теорема Чевы и многие другие могут быть довольно просто доказаны векторными методами. В курсовой работе студенту предлагается проанализировать теоремы курса планиметрии и отобрать из них те, которые просто и изящно могут быть доказаны методами векторной алгебры. Предлагается также подобрать серию элементарно-геометрических задач и дать их векторное решение.

**3.** Конструктивные теоремы проективной плоскости.



Примерное содержание: конфигурационные теоремы трактуют о свойствах систем точек и прямых, расположенных на плоскости так, что каждая прямая инцидента с одним и тем же числом точек, а каждая точка – с одним и тем же числом прямых. Примерами конфигураций могут служить совокупность точек и прямых, фигурирующих в теоремах Дезарга, Паскаля и Бриансона. В работе должны быть рассмотрены некоторые свойства конфигурации.

#### 4. Инварианты группы движений на плоскости.

Примерное содержание: если задана некоторая группа точечных преобразований, то те свойства фигур, которые остаются неизменными при данных преобразованиях, называются геометрическими относительно данной группы преобразований. Это находит отражение в том, что некоторые выражения, содержащие координаты точек, остаются неизменными при преобразованиях данной группы. Такие выражения называются инвариантами данной группы преобразований. В курсовой работе должны быть рассмотрены некоторые инварианты группы движений на плоскости. Кроме того, в работе должны быть решены задачи.

#### 5. Инварианты группы подобия.

Примерное содержание: в работе следует рассмотреть основные инварианты группы преобразований подобия и решить задачи.

#### 6. Инварианты аффинных преобразований плоскости.

Примерное содержание: в работе следует рассмотреть основные инварианты группы аффинных преобразований плоскости и показать применение аффинных преобразований к решению задач элементарной геометрии.

#### 7. Решение уравнений четвертой степени.

Примерное содержание: существует ряд способов решения алгебраических уравнений четвертой степени в радикалах. Каждый из этих способов сводит решение данного уравнения четвертой степени к решению некоторого вспомогательного уравнения третьей степени (кубической резольвенты), коэф-

фициенты которого выражаются рационально через коэффициенты данного уравнения. Отметим три способа:

[1]. Способ Эйлера.

[2]. Способ Декарта.

[3]. Способ Феррари.

Можно ограничиться разбором одного из указанных способов. В любом случае для уравнений с действительными коэффициентами следует произвести исследование корней в зависимости от знака дискриминанта. Решение иллюстрировать примерами.

#### **8. Критерии неприводимости многочленов над полем рациональных чисел.**

Примерное содержание: прежде всего следует показать (или напомнить), что можно ограничиться рассмотрением многочленов только с целыми коэффициентами. Далее можно рассмотреть признак неприводимости Эйзенштейна и построить с его помощью ряд примеров (в том числе уравнение деления круга  $\frac{x^{p-1}}{x-1} = 0$  при простом  $p$ ).

Следует подробно остановиться на условиях неприводимости многочленов третьей и четвертой степени с целыми коэффициентами.

#### **9. Теория делимости в кольце многочленов от двух переменных.**

Примерное содержание: в курсовой работе на данную тему следует изложить теорию делимости для многочленов от двух переменных, в том числе алгоритм Евклида для этого случая. Следует остановиться на тех новых моментах, которые влечет за собой переход от кольца многочленов от одного неизвестного к кольцу многочленов от двух неизвестных, а также на тех общих моментах, которые характерны для алгоритма Евклида в обоих случаях. Изложение иллюстрировать примерами.

#### **10. Равновеликие и равноставленные фигуры.**

Примерное содержание: теория площадей многоугольников может быть основана на понятии равносторонней, в то время как для теории объемов многогранников это невозможно. Дело в том, что все равновеликие многоугольники равносторонние, а для многогранников это не имеет места. Курсовая работа на указанную тему должна содержать доказательства основных теорем (в частности, теоремы Дена-Кагана и теоремы Бойяи) и разбор некоторых конкретных примеров.

#### **11. Проблемное обучение математике.**

Примерное содержание: понятие проблемной ситуации. Сущность проблемного обучения, его методологические и психологические основы. Условия создания проблемной ситуации на уроке и при проведении школьных факультативов. Система задач для самостоятельного изучения учащимися новой темы. Достоинства и недостатки проблемного обучения математике. Конспекты двух уроков обучающего характера при проблемном изложении новой темы (класс - по согласованию с научным руководителем).

#### **12. Научные методы в преподавании математики.**

Примерное содержание: понятие о методах научного исследования: наблюдение и опыт; сравнение и аналогия; анализ и синтез; обобщение и специализация; абстрагирование. Роль методов научного исследования в преподавании математики. Типичные ошибки, допускаемые учащимися вследствие неумения пользоваться научными методами, и пути преодоления этих ошибок.

В качестве приложения привести примеры (не менее 10) использования наблюдений и опыта в обучении школьников математике (на материале конкретной темы, выбираемой студентом)

#### **13. Анализ и синтез в процессе доказательства теорем и решения задач**

Примерное содержание: анализ и синтез как методы научного познания. Их роль в преподавании математики (с учетом достоинств и недостатков этих методов). Аналитико-синтетический способ рассуждения. Конкретные примеры рассуждений, проведенных аналитическим, синтетическим и аналитико-синтетическим способами, их схематическая запись. Разработка двух – трех

уроков (класс по согласованию с научным руководителем), проводимых с использованием вышеуказанных способов рассуждений.

**14. Реализация межпредметных связей в процессе обучения математике в VI-VIII(IX-X) классах.**

Примерное содержание: проблема оптимизации учебного процесса и межпредметные связи. Выявление (на основе анализа программ и учебников) связей математики с другими предметами учебного плана и возможности реализации этих связей в практике работы школы. Разработка методических рекомендаций, позволяющих эффективно использовать межпредметные связи в процессе преподавания.

**15. Межпредметные связи школьных курсов математики и физики**

Примерное содержание: основные этапы математического и физического образования в их взаимосвязи. Основные направления взаимосвязи математики и физики (в плане содержания этих курсов), основные трудности, возникающие при реализации межпредметных связей и пути их преодоления. Подборка задач с физическим содержанием для одного из разделов курса математики.

**16. Осуществление принципа индивидуализации обучения на уроках геометрии в VI-VIII(IX-X) классах**

Примерное содержание: принцип индивидуализации обучения, его значение для обеспечения оптимизации учебного процесса и пути реализации (на основе анализа литературы). Осуществление дифференцирования обучения при изучении нового материала, при закреплении полученных знаний, при повторении, при проведении самостоятельных и контрольных работ. Конкретные примеры.

**17. Методика использования задач для формирования математических понятий.**

Примерное содержание: математическое понятие (по выбору студента), анализ его логической структуры. Отбор необходимых задач для выполнения познавательных действий, подведение под понятие «и», «получение следствий». Разработка методики работы с отобранными задачами: использование таблиц, диафильмов и других наглядных пособий.

**18.Методика использования задач при обучении алгоритмам математических действий.**

Примерное содержание: дидактические и методические требования к системам задач, предназначенным для формирования определенного алгоритма математического действия, выбранного студентом. Подбор системы задач для его формирования. Разработка приемов работы с отобранной системой задач. Опытная проверка эффективности системы задач и приемов ее использования.

**19.Методика работы с задачами как цель обучения.**

Примерное содержание: роль задач как цели обучения при индуктивном и дедуктивном методах обучения. Структура понятия «задачи». Основные этапы решения задачи и особенности методики на каждом этапе. Подбор задач, решение которых можно осуществить алгоритмическим или эвристическим методами. Разработка на примере двух-трех задач методики обучения учащихся решению задач.

**20.Использование метода моделирования при решении задач.**

Примерное содержание: понятие модели в обучении. Роль модели в решении задач при изучении математики в разных классах. Методика предметного моделирования при начальном обучении решению задач. Графические и аналитические модели. Графовые модели при обучении поиску решения задач. Диаграммы Эйлера–Венна. Методика использования моделей в зависимости от логического уровня организации учебного материала. Эффективность использования различных моделей при обучении решению задач.

**21.Методика работы с задачами, способствующими самостоятельному открытию математических фактов.**

Примерное содержание: математические и методические особенности перевода реальных ситуаций на математический язык. Примеры реальных ситуаций (для курса математики IX-X классов), которые можно математизировать с помощью конкретных функций систем уравнений, дифференциальных уравнений и т.п. Разработка приемов математизации реальных ситуаций и получения математических выводов из решения задач.

## **22. Специфика задач, предназначенных для контроля и самоконтроля.**

Примерное содержание: виды контроля и самоконтроля. Требования к содержанию учебного материала, выполняющего функции контроля и самоконтроля. Роль и место, задач в этом материале. Методические требования к задачам, выполняющим контрольные функции: особенности фабул таково рода задач, требования к оформлению их решений. Подбор задач, предназначенных для контроля и самоконтроля, по одной из тем школьного курса математики.

## **23. Формирование познавательного интереса учащихся на уроках математики.**

Примерное содержание: значение познавательного интереса в учебном процессе. Анализ содержания школьного курса математики с точки зрения возможности формирования у учащихся познавательного интереса к предмету. Организация учебной деятельности, способствующей развитию познавательного интереса. Разработка конспектов уроков, предусматривающих использование различных методов формирования у школьников познавательного интереса к математике.

## **24. Формирование познавательного интереса к математике у учащихся IV-V классов с помощью задач.**

Примерное содержание: связь проблемного обучения и развития познавательной деятельности. Использование задач для формирования познавательного интереса у учащихся IV-V классов. Подборка задач, способствующих созданию проблемных ситуаций при изучении отдельных вопросов программы математики IV-V классов. Методика работы с такого рода задач.

## **25. Дифференцированный подход в работе с учащимися и формирования у них познавательного интереса к математике.**

Примерное содержание: роль учителя в формировании познавательного интереса. Уровни познавательного интереса к математике (у учащихся конкретного класса). Особенности в подборе средств стимулирования познавательных интересов у групп учащихся, имеющих различные уровень интереса. Разработка двух-трех конспектов уроков по математике с учетом дифференцированного подхода к учащимся.

**26. Приемы работы учителя по актуализации знаний учащихся при решении задач на уроках математики.**

Примерное содержание: содержание понятия «актуализация знаний». Место актуализации знаний в процессе решения задач. Приемы работы учителя по управлению деятельностью учащихся на этапе актуализации знаний при решении задач. Методика использования этих приемов. Разработка методики использования различных приемов актуализации знаний в разных группах учащихся при решении одной и той же задачи.

**27. Исторические сведения в процессе обучения математике как средства воспитания.**

Примерное содержание: краткая характеристика принципа единства обучения и воспитания. Возможности реализации этого принципа на основе использования в практике преподавания сведений из истории математики. Конкретный исторический материал (в соответствии со школьной программой), который может быть использован на уроках или при проведении внеклассных занятий VI-VIII(IX-X) классах. Разработка фрагментов двух-трех уроков и одного-двух мероприятий по внеклассной работе (кружок, математический вечер и т.п.), проводимых с использованием исторических сведений.

**28. Методика использования исторических сведений о системах счисления при изучении математики в IV классе.**

Примерное содержание: краткие исторические сведения о системах счисления. Методика их использования при изучении темы «Натуральные числа» и во внеклассной работе. Разработка фрагментов двух-трех уроков математики и одного-двух внеклассных мероприятий, проводимых с использованием исторических сведений.

**29. Исторические сведения о возникновении понятия «десятичная дробь» и методика использования этих сведений на классных и внеклассных занятиях по математике в V-VI классах.**

Примерное содержание: особенности десятичной системы счисления. История возникновения и развития понятия десятичной дроби. Разработка мето-

дики использования исторических сведений при изучении темы «Десятичные дроби» в курсе математики V класса, а также на других уроках и внеклассных занятиях в V-VI классах.

**30.**Использование исторических сведений о возникновении и развитии понятия отрицательного числа на уроках и внеклассных занятиях по математике в VI классе.

Примерное содержание: история развития понятия отрицательного числа и действий над целыми числами. Конкретные примеры и различные формы использования этих сведений при изучении темы «Положительные и отрицательные числа в курсе математики VI класса, а также на внеклассных занятиях по математике».

**31.**Использование исторических сведений при изучении темы «Производная» в курсах математики X класса средней школы.

Примерное содержание: история развития понятия производной, анализ причин его возникновения. Роль Ньютона и Лейбница в создании дифференциального исчисления. Использование исторических сведений о производной на уроках, факультативных и внеклассных занятиях.

**32.**Внеклассная работа по математике с учащимися V-VIII классов.

Примерное содержание: цели, значение и формы организации внеклассной работы по математике с учетом специфики ее проведения с учащимися данного возраста. Обоснование требований, которыми должен руководиться учитель при отборе содержания внеурочных занятий. Ориентировочный план проведения всего комплекса занятий для учащихся одного из классов с учетом взаимосвязи урочной и внеурочной работы по двум конструкциям: развивающей (У-В-У) и опережающей (В-У-В). Приложение – разработка одного из мероприятий плана.

**33.**Математический кружок в V-VIII классах.

Примерное содержание: роль математического кружка в процессе обучения и воспитания учащихся. Цели, задачи и организация его деятельности в V-VIII классах. Разработка тематики кружковых занятий с учетом специфики их про-



ведения в V-VIII классах. Другие виды работы кружка: выпуск газеты, проведение олимпиады и т.п. Составление подробного плана проведения двух занятий кружка с указанием использованной литературы. Описание опыта проведения одного из таких занятий в школе.

### **Порядок защиты работы и заключительные замечания**

Анализ предложенных тем работ показывает, что они представляют собой актуальные вопросы математики. Ряд тем носит фундаментальный научный характер. Решение поставленных в рамках таких тем задач является базой для дальнейших творческих исследований, в частности, при написании магистерских диссертаций. Подробно описанные в пособии структура работы и порядок её оформления могут быть успешно использованы при написании научных работ различных уровней.

Студенты, как правило, защищают курсовую работу на комиссиях, организованных на выпускающих кафедрах. При этом студент должен сделать краткое сообщение (не более 10 минут) о проделанной работе, в котором указываются тема КР, цель, основные задачи и методы их решения, а также результаты, полученные им самостоятельно. Затем студент отвечает на вопросы членов комиссии, т.е. «защищает» свою работу. Работа оценивается комиссией, которая учитывает, как студент разобрался в предложенной теме, какие результаты получил, как он провёл «защиту»; отзыв руководителя имеет второстепенное значение.

Порядок защиты ВКР: защита ВКР проводится на открытом заседании государственной экзаменационной комиссии с участием не менее двух третей ее состава, руководителя работы, рецензента (при возможности); после открытия заседания председатель объявляет о защите ВКР, указывает название работы, фамилии научного руководителя и рецензента (при наличии), допуск работы к защите. Затем слово предоставляется студенту. Студент делает доклад (продолжительность установлена в зависимости от вида работы), в котором он дол-

жен кратко показать цели и задачи, стоявшие перед ним, научную и практическую значимость работы, ее актуальность, подчеркнуть свой вклад в разработку данной проблемы, кратко изложить содержание работы, сказать о выводах, к которым он пришел в результате своей работы. На защите могут быть использованы наглядные материалы в виде схем, таблиц, слайдов и т.п.. Студент отвечает на вопросы, возникшие у членов государственной экзаменационной комиссии по тексту его работы или выступления. При наличии рецензента, слово предоставляется ему либо зачитывается рецензия, после чего студент дает ответ на замечания рецензента. Комиссия оценивает ВКР студента на закрытом заседании. Решение государственной экзаменационной комиссии оформляется протоколом, в котором записываются вопросы, заданные студенту, мнения председателя государственной экзаменационной комиссии и ее членов, оценка работы студента. Оценки оглашаются председателем государственной экзаменационной комиссии. Студент, получивший неудовлетворительную оценку при защите ВКР, допускается к остальным аттестационным испытаниям; повторная защита работы проводится не ранее, чем через год. При выставлении оценки государственная экзаменационная комиссия предъявляет следующие требования к содержанию ВКР: работа должна быть выполнена на требуемом теоретическом уровне, отражать всестороннюю изученность студентом избранной проблемы, ее теоретических и практических аспектов. Работа должна быть написана хорошим, грамматически и стилистически правильным языком. Содержание должно соответствовать теме, цели и задачам исследования, в работе должны быть проанализированы источники и литература по избранной теме, должна быть отражена история изучения данного вопроса (если таковая имеется). Основная часть работы должна отражать самостоятельную работу студента над литературными источниками, его общую профессиональную подготовку, включать самостоятельный анализ поставленных проблем, иметь убедительную аргументацию. Студент должен продемонстрировать умение грамотно излагать систему доказательств, четко формулировать выводы, в работе желательно использовать (с учетом тематики) материалы производственных практик, в мето-

дическом исследовании необходимо наличие новых практических рекомендаций и разработок, определение возможности и путей их внедрения в практику учебного процесса.

### **Список использованных источников и литературы**

1. О курсовых работах по математике: пособие по выполнению курсовых работ / Н.С. Габбасов, И.А. Шакиров. – Набережные Челны: НГПУ, 2016. – 28 с.
2. Положение о государственной итоговой аттестации выпускников ФГБОУ ВО «НГПУ», осваивающих основные профессиональные образовательные программы по ФГОС ВО. – Изд-во НГПУ, 2019. - 44 с.
3. Положение о нормоконтроле научно-исследовательских работ обучающихся в ФГБОУ ВО «Набережночелнинский государственный педагогический университет». – Изд-во НГПУ, 2020. – 19 с.
4. ГОСТ 7.1-2003. Библиографическая запись. Библиографическое описание. Общие требования и правила составления. –М. : Стандартинформ, 2008. –18 с. –URL: <http://www.library.ru> .
5. ГОСТ 19.402-78. Единая система программной документации (ЕСПД). Описание программы. –URL: <http://standards.narod.ru> .
6. 7.Основы информационно-библиографических знаний: учебно-методическое пособие / Е. П. Гришина [и др.]. –Воронеж : Воронежский государственный университет, 2011. –36 с. –URL: <http://www.lib.vsu.ru> .
7. Шакирова, Л.Р. Курсовые и выпускные квалификационные работы по кафедре теории и методики обучения математике : методические рекомендации для студентов/ Л.Р. Шакирова. –Казань: ТГГПУ, 2008. –31 с.
8. Васильев В.М. Методические рекомендации по выполнению выпускной квалификационной работы бакалавра физико-математического образования

профиль Информатика. Учебное пособие – Санкт-Петербург, издательство РГПУ им.А.И.Герцена, 2003. 102 с.

9. Методические указания к выполнению курсовых и выпускных квалификационных работ для обучающихся направления подготовки 10041 «Туризм» / А.Г. Киямова, Э.Ш. Ахметова. – Набережные Челны: НИСПТР, 2019. – 56 с.

## Оглавление

Введение .....	3
Цель, задачи и этапы выполнения курсовых и выпускных квалификационных работ .....	6
Обязанности научного руководителя и студента .....	7
Общие требования .....	9
Структура курсовых и выпускных квалификационных работ .....	10
Требования к оформлению ВКР .....	17
Примерная тематика выпускных квалификационных работ .....	23
Примерные темы выпускных работ с учетом требований работодателя.....	31
Примерная тематика курсовых работ .....	32
Порядок защиты работ и заключительные замечания .....	41
Список использованных источников и литературы .....	43
Приложения .....	45

**Пример оформления работы**

Министерство просвещения Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Набережночелнинский государственный педагогический университет»  
(ФГБОУ ВО «НГПУ»)

Факультет математики и информатики

Кафедра математики, физики и методик их обучения

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

**О КОНСТАНТЕ ЛЕБЕГА ПОЛИНОМА ЛАГРАНЖА**

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили под-  
готовки «Математика и Информатика».

Заведующий кафедрой

к.п.н, доцент

\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

Галямова Э.Х.

«Допустить к защите»

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Руководитель

к.ф.-м.н, доцент

\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

Шакиров И.А.

Обучающийся

\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

Приходов И.О.  
Номер группы 221

Набережные Челны, 2020

## Оглавление

Введение.....	3
Глава 1. Алгебраические и тригонометрическое интерполирование ....	
1.1. Вспомогательные сведения.....	
1.2. Классификация рядов и интегралов.....	
1.3. Алгебраическое интерполирование.....	
1.4. Интерполяция тригонометрическими полиномами $T_n(x)$ по нечетному числу узлов	
1.5. Интерполяция полиномами $T_n(x)$ по четному числу узлов.....	
Глава 2. Фундаментальные характеристики интерполяционных процессов	
2.1. Вспомогательные леммы и теоремы .....	
2.2. Наилучшее приближение функции, его свойства.....	
2.3. Функции и константы Лебега.....	
2.4. Формулы для константы Лебега, соответствующие интерполированию по четному числу узлов	
2.5. Верхняя и нижняя оценки константы Лебега, асимптотические формулы .....	
Практическая часть .....	
Заключение .....	
Список использованных источников и литературы .....	

## Введение

Курсовая работа посвящена исследованию аппроксимативных возможностей тригонометрических полиномов Лагранжа, а также изучению свойств соответствующих им фундаментальных характеристик (функций и констант Лебега [1], [2], [3, с.43-48]).

Актуальность темы. Теория интерполирования является одной из основных областей теории функций и ее приложений. Она имеет давнюю историю. Например, проблема построения алгебраического многочлена наименьшей степени, проходящего через заданные точки (узлы), была решена Ж.Л.Лагранжем в 1795 году. А константа Лебега  $\lambda_n = \lambda(n)$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) впервые была введена Х.Лебегом в 1909 году. Она является основной характеристикой интерполяционного процесса и применяется при оценке допущенной погрешности при приближении исходной функции различными полиномами.

Существенный вклад в теорию интерполирования внесли Г.Фабер, С.Н.Бернштейн, Ю.Марцинкевич, Н.П.Натансон [1], В.Л.Гончаров [4], А.Зигмунд [2], С.М.Никольский [5], А.Ф.Тиман [6], А.Х.Турецкий [7], А.А.Привалов [8], К.И.Бабенко [9], их многочисленные ученики и последователи, а также другие математики. Во второй половине двадцатого века исследования советских ученых в этой области были связаны с поиском более точных приближенных формул для константы  $\lambda_n$ , а также детальным изучением ее асимптотического поведения.

В настоящее время наиболее полно изученными являются алгебраические интерполяционные полиномы, построенные по неравномерно распределенным на отрезке  $[-1, 1]$  узлам Чебышева [10, с.68], которые дают близкое к оптимальному полиномиальное приближение исходной функции  $y = y(t)$  ( $t \in [-1, 1]$ ). В данном случае соответствующие фундаментальные характеристики наиболее полно изучены в трудах Т.Ривлина [11], Л.Брутмана [12], П.Вертези [13].

В случае тригонометрической интерполяции функции  $y = y(t)$  ( $t \in [0, 2\pi]$ ), в отличие от алгебраического случая, целесообразным является использование

равномерно распределенных на периоде  $[0, 2\pi]$  узлов  $t_k = 2\pi k / (2n+1)$  ( $k = \overline{0, 2n} \vee k = \overline{1, 2n+1}$ ) либо  $t_k = \pi k / (n)$  ( $k = \overline{0, 2n-1} \vee k = \overline{1, 2n}$ ). Подробный обзор результатов и обширную библиографию по этому поводу можно найти в упомянутых выше работах, учебных пособиях [14] - [16]. Однако и в этом классическом случае до сих пор неизученными оставались некоторые вопросы, связанные с поведением величин  $O(1)$ , входящих в известные асимптотические формулы

$$\lambda_n^* = (2/\pi) \ln n + O^*(1) \quad (n \rightarrow \infty, N = 2n), \quad \lambda_n = (2/\pi) \ln n + O(1) \quad (n \rightarrow \infty, N = 2n+1). \quad (1)$$

В рамках данной курсовой работы рассматриваются и решаются некоторые задачи, связанные с упомянутыми выше проблемами.

Цель работы – определение алгоритма нахождения точного значения величин  $O^*(1)$ ,  $O(1)$ , входящих в асимптотические формулы (1); получение конкретных формул для остаточных членов  $O_n^* \equiv \lambda_n^* - (2/\pi) \ln n$  ( $N = 2n$ ),  $O_n \equiv \lambda_n - (2/\pi) \ln n$  ( $N = 2n+1, n \in N$ ), (2) позволяющих вычислить  $O^*(1)$ ,  $O(1)$  как предел последовательностей (2).

Задачи работы. Поставленная цель порождает задачи вида:

- подробное изучение свойств функции  $y = y(t) = 1/\sin t - 1/t$ ;
- изучение элементов общей теории приближения функции;
- исследование поведения констант Лебега в случае тригонометрического интерполирования заданной функции в равноотстоящих узлах.

Методика исследований. В курсовой работе существенно используются результаты теории приближения функций. При этом подходы и доказательства, приведённые в работе, базируются на использовании результатов, полученных в недавних работах [17] - [19] научного руководителя.

Научная новизна (практическая, методическая и др.).

В курсовой работе существенно использованы новые формулы

$$\lambda_n^* = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \operatorname{cosec} \frac{2k-1}{2n} \pi \quad (n = 2m), \quad \lambda_n^* = \frac{1}{n} \left( 1 + 2 \sum_{k=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \operatorname{cosec} \frac{2k-1}{2n} \pi \right) \quad (n = 2m-1, m \in N),$$



полученные в работе [19]; они предназначены для вычисления точных значений констант Лебега. Затем подробно исследовано асимптотическое поведение константы Лебега  $\lambda^*(n)$  ( $n = 2m$ ,  $m \in \mathbb{N}$ ).

Апробация работы. Результаты курсовой работы докладывались на международной научно-практической конференции «Молодёжный форум: технические и математические науки» (Воронеж, ноябрь 2015 г.), на научных состязаниях молодых исследователей НГПУ (Наб. Челны, февраль 2016 г.) и на итоговой студенческой научно-практической конференции НГПУ (апрель 2016 г.).

Публикации. Результаты работы опубликованы в сборнике научных трудов [20], содержащих материалы международной научно-практической конференции «Молодежный форум: технические и математические науки», проходившей 9-12 ноября 2015 г. в ВГЛТУ им. Г.Ф.Морозова города Воронеж.

Перейдём к краткому изложению содержания работы.

В **главе 1** рассматриваются основные идеи алгебраического и тригонометрического интерполирования функции.

В пунктах 1.1 и 1.2 приведены сведения о рядах и интегралах, а также способах нахождения значений бесконечных сумм, определенного и несобственного интегралов.

В п. 1.3 рассматривается алгебраическое интерполирование заданной функции, освещается вклад Ньютона и Лагранжа в развитие теории приближения.

Пункты 1.4 и 1.5 посвящены тригонометрическому интерполированию по чётному и нечётному числу узлов. Рассматриваются примеры тригонометрических полиномов степени  $n$ , часто используемые в приложениях.

Во **второй главе** работы изложены основные элементы теории наилучшего равномерного приближения, изучены фундаментальные характеристики интерполяционного процесса.

В пункте 2.1 приведены вспомогательные теоремы и леммы, позволяющие более качественно исследовать поведение константы Лебега.

В процессе изучения погрешности, допущенной при приближении исходной функции тригонометрическими полиномами Лагранжа, важную роль играет фундаментальное неравенство  $\|x - T_n\| \leq (1 + \lambda_n)E_n(x)$ . В пункте 2.2 подробно изучены свойства наилучшего приближения  $E_n(x)$ .

Пункты 2.3 и 2.4 содержат информацию о функциях и константах Лебега, соответствующих классическому интерполяционному полиному Лагранжа. Подробно рассмотрены формулы, соответствующие интерполированию Лагранжа по четному числу равномерно распределенных на периоде узлов.

В пункте 2.5 излагаются ключевые аспекты нахождения двусторонней оценки для константы Лебега и определения неизвестных величин в соответствующей асимптотической формуле.

В **практической части** работы приводятся и решаются некоторые задачи вспомогательного характера, возникающие в ходе исследования фундаментальных характеристик интерполяционного процесса.

***Примечание.** Далее подробно излагается **основная часть** работы, состоящая из описанных выше результатов.*

## Заключение

Приближение заданной непериодической функции  $y = y(t)$  ( $t \in [a, b]$ ) интерполяционным полиномом Лагранжа по равноотстоящим узлам на практике осуществляется в редких случаях, что связано с его плохими аппроксимативными свойствами. В случае же приближения периодической функции  $y = y(t)$  ( $t \in [0, 2\pi]$ ) тригонометрическими полиномами имеем противоположную ситуацию: здесь интерполирование всегда проводится по равноотстоящим узлам, имеет не только практическое, но и важное теоретическое значение.

Выше мы узнали, что константы Лебега зависят от выбора узлов интерполяции. В алгебраическом случае используются узлы Чебышева. Соответствующие им полиномы применяются в приложениях, дают хорошее приближение исходной функции. В рамках данной курсовой работы мы узнали много нового о тригонометрических интерполяционных полиномах Лагранжа, определенных в равномерно распределенных на периоде узлах. Характеризуя их можно сказать следующее:

- тригонометрическое интерполирование широко используется в приложениях;
- фундаментальные характеристики полиномов Лагранжа играют важную роль в ходе оценки погрешности приближения;
- точные значения остаточных членов (величин вида  $O(1)$ ) в рассмотренных выше асимптотических формулах до сих пор остаются неизвестными, хотя их главные члены в математике известны давно;
- на нашем примере показали, что над решением некоторых нерешенных задач можно заниматься и в рамках курсовой работы, что позволит затем вести более плодотворные исследования в рамках дипломной работы.

В курсовой работе получены следующие основные результаты:

- установлены специфические свойства функциональной зависимости  $y = 1/\sin t - 1/t$ , необходимые в ходе доказательства основных теорем КР;

- приведено простое доказательство факта строгого возрастания константы Лебега  $\lambda^*(n)$  ;
- найдено точное значение величины  $O(1)$  в асимптотической формуле  $\lambda_n^* = (2/\pi) \ln n + O(1)$ , используя при этом новую формулу из работы [19].

### Список использованных источников и литературы

1. Натансон, И.П. Конструктивная теория функций / И.П. Натансон // М.-Л.: Гостехиздат, 1949.
2. Зигмунд, А. Тригонометрические ряды / А. Зигмунд // М.: Мир, 1965. – Т.1.
3. Дзядык, В.К. Аппроксимационные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений / В.К. Дзядык // Киев: Наук. Думка, 1988.
4. Гончаров, В.Л. Теория интерполирования и приближения функций / В.Л. Гончаров // М: Гостехиздат, 1954.
5. Никольский, С.М. Курс математического анализа / С.М. Никольский // М.: Наука, 1990. - С. 592.
6. Тиман, А.Ф. Теория приближения функций действительного переменного / А.Ф. Тиман // М.: Физматгиз, 1960.
7. Турецкий, А.Х. Теория интерполирования в задачах / А.Х. Турецкий // Минск: «Вышэйшая школа», 1968.
8. Привалов, А.А. Теория интерполирования функций / А.А. Привалов // Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1990. Т. 1, 2.
9. Бабенко, К.И. Основы численного анализа / К.И. Бабенко // Москва-Ижевск: НИЦ регулярная и хаотическая динамика, 2002.
10. Демидович, Б.П Численные методы анализа / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова // М.: Наука, 1967.
11. Rivlin, T.J. The Lebesgue constants for polynomial interpolation //Functional Analysis and its Application. H.C.Garnier et al. eds. Springer-Verlag. 1974. P. 422-437.
12. Brutman, L. Lebesgue functions for polynomial interpolation – a survey // Ann. Numer. Math. 1997. V.4. P.111-127.
13. Vertezi, P. On the Lebesgue function and Lebesgue constant: a tribute to Paul Erdos, Bolyai Society of Mathematical Studies // V. 11, Budapest. Janos Bolyai Math. Soc., 2002. P. 705-728.

14. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельников // М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 6-е изд. – 2008. – С. 636.
15. Вержбицкий, В.М. Основы численных методов: Учебник для вузов / В.М. Вержбицкий // М.: Высш. школа, 2002. – С. 840.
16. Заварыкин, В.М. Численные методы: Учебное пособие / В.М. Заварыкин, В.Г. Житомирский, М.П. Лапчик // – М.: Просвещение, 1990. – С. 176.
17. Шакиров, И.А. Полное исследование функций Лебега, соответствующих классическим интерполяционным полиномам Лагранжа / И.А. Шакиров // Известия вузов. Математика. 2011. № 10. С. 80-88.
18. Шакиров, И.А. О функциях Лебега, соответствующих семейству интерполяционных полиномов Лагранжа / И.А. Шакиров // Известия вузов. Математика. 2013. № 7. С. 77-89.
19. Шакиров, И.А. О влиянии выбора узлов лагранжевой интерполяции на точные и приближенные значения констант Лебега / И.А. Шакиров // Сибирский математический журнал. 2014. Т.55, №6. С. 1404-1423.
20. Шакиров, И.А. О константе Лебега полинома Лагранжа / И.А. Шакиров, И.О. Приходов // Актуальные направления научных исследований: теория и практика. Молодежный форум: технические и математические науки. 9-12 ноября 2015г., ВГЛУ им. Г.Ф.Морозова, г. Воронеж. Сборник научных трудов, Т.3, №8, ч.3. – С. 448-452.

Пример оформления календарного графика выполнения ВКР

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель

СОГЛАСОВАНО

Зав.кафедрой

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_

КАЛЕНДАРНЫЙ ГРАФИК ВЫПОЛНЕНИЯ  
ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ  
Обучающийся

(ФИО, группа)

Тема работы \_\_\_\_\_

№ п/п	Этапы работы	Сроки выпол- нения	Отметка о выполнении
1	Подбор литературы, ее изучение и обработка. Составление библиографии по основным источникам	До «__»__ 20__	
2	Составление плана ВКР и согласование его с руководителем	До «__»__ 20__	
3	Разработка и представление на проверку первой главы	До «__»__ 20__	
4	Накопление, систематизация анализ практических материалов	До «__»__ 20__	
5	Разработка и представление на проверку второй главы	До «__»__ 20__	
6	Согласование с руководителем выводов и предложений	До «__»__ 20__	
7	Переработка (доработка) ВКР в соответствии с замечаниями и представление ее на кафедру	До «__»__ 20__	
8	Разработка тезисов доклада для защиты	До «__»__ 20__	
9	Ознакомление с отзывом	До «__»__ 20__	
10	Завершение подготовки к защите с учетом отзыва	До «__»__ 20__	

График составил «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Обучающийся \_\_\_\_\_

## Лист нормоконтроля

Обучающийся

Фамилия, имя, отчество

группа \_\_\_\_\_ год выпуска \_\_\_\_\_

# Тема

BKP:

Объем заимствования составляет \_\_\_\_\_ % по результатам проверки в системе «ВКР-ВУЗ» или «Антиплагиат.ВУЗ» (нужное подчеркнуть)

№ страницы	Содержание замечания	Отметка об исправлении замечания

Руководитель ВКР \_\_\_\_\_  
Подпись

Расшифровка подписи



**Пример оформления последнего листа работы**

Выпускная квалификационная работа выполнена мной самостоятельно. На использованные в работе материалы и концепции из опубликованной научной литературы и других источников имеются ссылки.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Фамилия И.О. \_\_\_\_\_  
(подпись)

**Пример оформления титульного листа курсовой работы**

Министерство просвещения Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Набережночелнинский государственный педагогический университет»  
(ФГБОУ ВО «НГПУ»)

Факультет математики и информатики

Кафедра математики, физики и методик их обучения

**КУРСОВАЯ РАБОТА**

**О КОНСТАНТЕ ЛЕБЕГА ПОЛИНОМА ЛАГРАНЖА**

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили под-  
готовки «Математика и Информатика».

Руководитель  
к.ф.-м.н, доцент

\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

Шакиров И.А.

Обучающийся

\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

\_\_\_\_\_  
Номер группы 221

Набережные Челны, 2020

**Методические указания к выполнению**  
**курсовых и выпускных квалификационных работ**  
для обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое  
образование профиль подготовки «Математика и Информатика»:

пособие для бакалавриата,

составители С.Н. Матвеев, И.А. Шакиров, Р.Г. Шакиров, Э.Х. Галямова.

423806, г. Набережные Челны, ул. Низаметдинова, д. 28.